



МГУ - ШКОЛЕ

Академик В.А. Садовничий

**О математике  
и ее преподавании в школе**

---

*Доклад на Всероссийском съезде  
учителей математики  
в МГУ имени М.В.Ломоносова*



28 октября 2010 г.  
Москва

---

Доклад ректора Московского университета,  
вице-президента РАН академика В.А. Садовничего  
на Всероссийском съезде учителей математики

# **О математике и ее преподавании в школе**

*28 октября 2010 г.*

МГУ имени М.В.Ломоносова

Москва

---

---

---

---

## **Глубокоуважаемые коллеги-математики – преподаватели и учителя математики!**

**П**режде всего разрешите ещё раз поприветствовать собравшихся в этом зале учителей математики. Тысяча сто человек приехали на наш съезд из разных регионов России, ближнего и дальнего зарубежья, чтобы обсудить актуальные вопросы своей профессиональной деятельностиматематической науки и методического обеспечения преподавательской деятельности, в том числе новейших информационных технологий? По каким учебникам учат в школе математике? Что нового предлагают признанные экспертным сообществом лучшие учителя математики? Что думают о школьном математическом образовании выдающиеся учёные – академики, лауреаты престижных научных премий? Чем университет может помочь школе?

Эти и многие другие вопросы будут обсуждаться, что очень важно, сообща, представителями учительского и преподавательского корпуса.

Это, без преувеличения, – выдающееся событие в истории отечественного образования. Целый век прошёл с тех пор, как российские учителя математики собрались в Москве на свой второй, и, как оказалось, последний в 20-м столетии, съезд.

Сегодня Московский университет взял на себя возрождение традиции, объединив для решения актуальных задач профессионального сообщества математиков усилия высшей и средней школы. Ведь мы, преподаватели и учителя, решаем общую задачу – учим молодёжь, готовим её к успешной самореализации на благо общества.

2010 год объявлен Президентом нашей страны Д.А.Медведевым Годом учителя. Это стало одним из результатов заседания Президентской Комиссии по науке, технологиям и образованию, которое проходило осенью прошлого года. И само заседание, и его решения, и программа «Наша новая школа» – свидетельство приоритетного внимания государства к школьному образованию, к школьному учителю.

---

Испокон веков учитель был на Руси одним из самых уважаемых людей, а школа была притягательным центром знаний и культуры, пользовалась всеобщей поддержкой.

Важнейшую роль в формировании российской системы образования и воспитания сыграли земские школы. Они фактически обеспечили переход ко всеобщему начальному образованию, высоко подняли авторитет учителя и существенно способствовали делу народного просвещения. Земские школы стали местом «кристаллизации» народной интеллигенции, золотым фондом которой стали учителя.

И хотя, к сожалению, с тех пор положение учителя изменилось не в лучшую сторону, как в моральном, так и в материальном отношении, но профессиональный и нравственный потенциал российского учительства ещё достаточно силён. В наших школах немало ярких, талантливых педагогов, настоящих подвижников и энтузиастов, которые увлекают ребят своим предметом и дают им отличную подготовку.

О высоком уровне квалификации и творческого ресурса наших учителей свидетельствует и конкурс «Учитель года», где лучшие учителя страны демонстрируют выдающиеся профессиональные достижения и мастерство. Я 15 лет возглавляю Большое жюри этого конкурса и каждый год с радостью отмечаю, что не оскудевает наша земля учительскими талантами.

Особенно приятно, что среди победителей немало математиков. В 2008 году лучшими учителями страны были признаны два математика: учитель из Санкт-Петербурга Дмитрий Гупчин и учительница из Москвы Анна Мехед. В прошлом году высшую награду — Хрустального пеликана — получила учительница математики из Магнитогорска Наталья Никифорова. В этом году в числе победителей учитель математики из Москвы Михаил Случ.

Среди участников нашего съезда — и те, кто победил в конкурсе «Учитель года», и те, кто получил другие профессиональные награды, и те, чьё высокое профессиональное мастерство и самоотверженный бескорыстный труд ещё не получили официального признания. Но разве может быть что-то ценнее и дороже для учителя, чем любовь учеников и их успехи? Спасибо всем вам за ваш труд, за вашу преданность делу!

Я — математик, и построил свой доклад вокруг трёх взаимосвязанных тем: «Краткая история математики», «Современные горизонты математики и её приложений» и «Актуальные проблемы математического образования».

«Царицей наук» назвал математику Гаусс, сам получивший почётный титул «короля математики». И хотя сказал он так в 19 веке, сейчас нам ясно, что уже много веков назад именно с математики началось такое осмысление мира, которое лежит в основе становления и развития научного знания.

Так, уже у Пифагора и его школы математические начала, а точнее, числа, признавались основой всего сущего. Математика у пифагорейцев фактически равнялась философии.

Через два века после Пифагора Евклид сформулировал пять постулатов геометрии, носящей с тех пор его имя. Наиболее знаменит пятый постулат, согласно которому через точку, взятую вне прямой, можно провести одну и только одну прямую, параллельную данной.

Вопрос о том, является ли этот постулат независимой аксиомой или же он может быть выведен из других аксиом, занимал математиков много сотен лет. Гаусс первым осознал, что пятый постулат доказать нельзя, что следует принять его за независимую аксиому и что, более того, существуют другие геометрии, в которых пятый постулат Евклида не выполняется. Однако, опасаясь за свою научную репутацию — уж слишком неожиданным было его открытие — Гаусс ничего не опубликовал на эту тему. Лишь после его смерти выяснилось, что он открыл начальные факты геометрии Лобачевского.

Первыми, кто открыто бросил вызов авторитету многих столетий, были Николай Иванович Лобачевский и венгерский математик Янош Больяи.

Первым в 1829 году опубликовал свой труд Лобачевский. Через два года появилась работа Больяи. Гаусс уже знал о приоритете Лобачевского и сообщил об этом Больяи, который не выдержал такого удара и был сломлен навсегда.

Драматичной была и судьба самого Лобачевского, чье великое открытие при жизни не получило признания. А сейчас без геометрии Лобачевского не обходится ни одно исследование по общей теории относительности, так же, как исследования во многих других разделах естественных наук.

Началом преподавания математики в России считается 1701 год, когда по Указу Петра I в Москве была создана первая русская школа «математических и навигацких наук». Как писал Ломоносов, Пётр «усмотрел тогда ясно, что ни полков, ни городов надёжно укрепить, ни кораблей построить и безопасно пустить в море [невозможно], не употребляя математики».

---

Первым учителем математики, работавшим в этой школе, был Леонтий Магницкий, автор первого учебника по арифметике — того самого, который Ломоносов назвал «вратами своей учёности». Этот учебник хранится в Научной библиотеке Московского университета, и в дни съезда его можно увидеть здесь на выставке.

Магницкий — этот псевдоним дал ему Пётр за то, что он своими знаниями и талантом притягивал к себе, как магнит — широко открыл «врата учёности», дав начало дальнейшему интенсивному и плодотворному развитию математики в нашей стране.

**У**спехи российской математической школы сегодня общепризнаны. За сравнительно небольшой по историческим меркам срок Россия превратилась в одну из самых математически грамотных стран мира, а её математическая школа завоевала международное признание и стала неотъемлемой, а по многим направлениям и ведущей силой мирового математического сообщества. И роль Московского университета в этом трудно переоценить. С середины 19 века здесь начинается постепенный расцвет и последующий блестящий взлёт математики.

Существенную роль в становлении математического образования в Московском университете сыграли профессора Н.Д. Брашман и Н.Е. Зернов. Учеником Брашмана был П.Л. Чебышёв — основоположник математической теории машин и механизмов, один из основателей теории приближений функций, теории чисел и теории вероятностей. Чебышёв всегда хранил благодарную память о своих учителях, никогда не порывал связи с Московским университетом. Портрет своего учителя Н.Д.Брашмана он хранил на письменном столе.

В начале 20 века в центре внимания математиков была теория функций действительного переменного. Именно эта тематика стала предметом исследований профессоров Д.Ф. Егорова и Н.Н. Лузина. Ими были доказаны основополагающие теоремы в теории функций, носящие их имена — теорема Лузина и теорема Егорова. Так возникла одна из самых знаменитых математических школ 20 века — Московская школа теории функций — Лузитания.

Н.Н. Лузин произвел настоящую революцию в научно-педагогической работе: двери профессорской комнаты широко раскрылись для живой научной беседы со студентами, причём перед ними ставились проблемы, решение которых пока не удавалось руководителю. Это был сильнейший толчок к самостоятельной творческой работе.

Об этом периоде один из учеников Лузина — Д.Е. Меньшов — вспоминал: «В 1915 году мы занимались функциональными рядами, а в 1916 году — ортогональными рядами. А потом наступил 1917 год.

---

---

Это был очень памятный год в нашей жизни, тогда произошло важнейшее событие, повлиявшее на всю нашу дальнейшую жизнь: мы стали заниматься тригонометрическими рядами».

В начале 20-х годов начались исследования в области теории функций комплексного переменного. Выдающиеся результаты были получены М.А.Лаврентьевым и его учеником, будущим президентом Академии наук СССР, главным теоретиком космических программ М.В.Келдышем.

Ещё молодому Келдышу удалось решить сложную задачу развития скоростной авиации – обеспечение безопасности полётов, защиту самолёта от флаттера – явления, при котором набегающий поток воздуха разрушает крылья самолётов.

В 30-е годы началась и научная деятельность крупнейшего русского математика XX века А.Н. Колмогорова. Он предложил общепринятую сегодня аксиоматику теории вероятностей, что имело огромное значение для развития этой теории и её применения во многих областях естествознания и техники.

Совместно с Л.А. Люстерником и Л.Г. Шнирельманом А.Н. Колмогоров заложил основы функционального анализа.

А.Н.Колмогоров очень много сделал для школьного образования, и неслучайно его имя присвоено школе-интернату Московского университета для одарённых детей. Это – настоящая жемчужина математического образования. Среди его выпускников около восьми тысяч (!) кандидатов наук, более восьмисот докторов наук, пять академиков Российской академии наук и Российской академии образования.

Среди других выдающихся имен – С.Л. Соболев – создатель теории обобщенных функций и П.С. Александров – основатель топологической школы, из которой вышли А.Н. Тихонов и Л.С. Понtryгин.

А.Н. Тихонов – автор основополагающих работ по общей топологии и функциональному анализу, по теории дифференциальных и интегральных уравнений, по математической физике и вычислительной математике. Ему принадлежит метод решения некорректно поставленных задач, известный во всем мире как метод регуляризации Тихонова. Дело в том, что все реальные задачи в естествознании являются некорректно поставленными, то есть не имеют однозначного решения, а Тихонов предложил способы их решения. Он – основатель одной из крупнейших научных школ по математической физике и вычислительной математике. Полученные им и его учениками результаты нашли широкое применение в различных областях естествознания и техники, в том числе позволили решить ряд важных оборонных и народно-хозяйственных задач. Под его руководством были осуществлены и приняты за основу модели ядерного взрыва.

---

---

Л.С.Понтрягин оставил глубокий след во многих центральных областях современной математики, как чистой, так и прикладной. Его труды оказали определяющее влияние на развитие топологии и топологической алгебры, а созданная им теория оптимального управления и теория дифференциальных игр нашли широкое применение в различных областях, в том числе и в работах по созданию новой техники, где обязательно учитывается принцип максимума Понтрягина.

В ряду выдающихся университетских математиков назову и создавшего школу по теории систем уравнений с частными производными И.Г.Петровского, который в течение 21 года был ректором Московского университета.

Усилиями этих выдающихся учёных, настоящих научных гигантов, на механико-математическом факультете МГУ была создана уникальная математическая школа. Достаточно сказать, что в те годы на факультете одновременно проходило более пятисот спецсеминаров и спецкурсов.

Этот феномен и сегодня является предметом изучения историков науки в разных странах мира.

Учёные мехмата тогда были готовы решить любую научно-техническую проблему. Приведу ещё один пример.

Когда в стране началось бурное освоение космического пространства и подготовка к полёту человека в космос, перед учёными встал вопрос: какое воздействие окажет полёт на человека? При старте космического корабля возникают большие перегрузки организма. На орбите наступает невесомость — новое, непривычное для человека и неизученное ранее состояние, когда организм ослабевает. Затем предстоит спуск с орбиты — и снова большие перегрузки.

Эту задачу подготовки человека к космическому полёту поставил перед Московским университетом Центр подготовки космонавтов. Мне пришлось тогда, в 1977 году, возглавить группу учёных мехмата, с участием специалистов из Центра подготовки космонавтов, и начать работу семинара по динамической имитации космического полёта. Перед нами стояла задача — создать на земле тренажёр, который бы в реальном режиме времени имитировал все стадии полёта космонавта: старт, орбитальный полёт и невесомость, посадку.

Эту задачу нашей группе удалось решить. Разработанное математическое обеспечение позволило добиться на тренажёре-центрифуге почти полного совпадения с результатами всех этапов реального полёта в космическом корабле. Впервые в мире была осуществлена имитация невесомости на земле.

Все командиры экипажей, отправляющихся на МКС, проходят подготовку на этом тренажёре и дают ему высокую оценку.

---

## Современные горизонты математики и её приложений

Современная математика по-прежнему является важнейшим инструментом для естественных наук.

Наиболее важные и перспективные разделы современной биологии, такие, как исследование белка или расшифровка геномов, немыслимы без применения подходящего математического аппарата; возникла даже новая научная дисциплина — биоинформатика. У нас в университете уже несколько лет работает факультет биоинженерии и биоинформатики.

Одна из самых последних физических теорий микромира — теория "стринг" — фактически стала новой областью математики, в которой работают специалисты в современном функциональном анализе, геометрии и топологии.

Многие годы на стыке математики и физики происходит интенсивное исследование хаотических процессов, они важны в понимании природных процессов на всех уровнях, от микромира до макромира. Современная неравновесная термодинамика, квантовый хаос и многие другие разделы физики немыслимы без соответствующего математического аппарата. Например, одна из Филдсовских медалей, врученных в этом году (а их вручают раз в 4 года), была присуждена за математические работы по квантовому хаосу.

Мне выпала честь многие годы сотрудничать с лауреатом Нобелевской премии Ильёй Романовичем Пригожиным, с институтом Сольвея в Бельгии. В результате нами в Московском университете был создан Институт математических исследований сложных систем, который ведёт активную работу в новейших областях математики и её приложений.

Один из примеров этого — разработка нового медицинского прибора — тактильного mechanoreцептора. Он имитирует осязательную функцию человеческого пальца и предназначен для исследования удалённых тканей и работы внутри полостей человека. Тактильный mechanoreцептор — сложное устройство, поскольку прикосновение, ощущение — динамичный процесс. За 5 секунд прикосновения прибора мы получаем численные результаты более тысячи измерений, которые затем обрабатываются, распознаются и позволяют формировать диагноз.

В настоящее время аппарат проходит клинические сертификационные испытания в ведущих медицинских центрах страны.

Рассказ об истории становления и расцвета математики у нас в стране был бы неполным, если бы я не остановился ещё на одном обстоятельстве. Нет и не может быть национальной математики,

---

как и физики, химии, биологии и так далее по списку. Но существуют признанные мировым сообществом национальные научные школы. И российская математическая школа относится к их числу.

Российская математическая школа — это мощный интеллект с большим творческим потенциалом, который не знает государственных границ и может реализоваться и за пределами своей страны, но корнями уходит в родную землю и питается её животворными соками.

2010 год дал новые поводы говорить о достижениях российских математиков. Весной питерцу Григорию Перельману Математический институт Клэя присудил премию в размере миллиона долларов за доказательство гипотезы Пуанкаре. Недавно лауреатом престижной премии Филдса стал Станислав Смирнов, ещё один выходец из Санкт-Петербургского университета, ныне работающий в Женеве. Мы рады, что он принимает участие в нашем съезде.

Как известно, филдсовская премия — самая престижная награда в области математики. По числу филдсовских лауреатов Россия занимает третье место в мире. Причем две трети российских лауреатов — 6 человек — выпускники мехмата МГУ.

Важно и интересно задуматься о том, как изменилась математика за прошедшие несколько десятилетий.

О том, каков сегодняшний день нашей науки, что можно назвать современными горизонтами математики, я бы хотел сказать во второй части своего доклада.

Сейчас много говорят об изменении соотношения «непрерывной» математики и «дискретной». Часто можно слышать, что раньше, то есть в «до-компьютерную эпоху», основная часть математики была как бы «непрерывной», а теперь положение поменялось на обратное — большая часть математики стала как бы «дискретной». Сегодня под словами «дискретная», кроме классического представления, понимается и математика, нацеленная на создание компьютерных алгоритмов.

У нас на мехмате было проведено исследование на эту тему. Оказалось, что за последние двадцать лет дискретная составляющая выросла, но не намного. Если раньше соотношение было примерно такое: 70% непрерывной на 30% дискретной, то за последнее время дискретная геометрическая часть выросла до 40% процентов (против 60% непрерывной). То есть не очень намного.

Но зато очень ярко проявился другой обнаруженный эффект. В непрерывной геометрии, оказывается, существенно возраст процент использования компьютеров. Это привело к новому явлению — задачи, ранее не решавшиеся в непрерывной геометрии «формально-точно», стали исследоваться сегодня «компьютерно», то есть приближённо, а затем на этой основе часто удаётся сделать строго математически доказанные выводы.

---

Тем самым, постепенно расширяется и меняется само понятие доказательства. Появляющаяся дискретно-компьютерная составляющая (конечно, при надёжной оценке точности вычислений) стала довольно часто рассматриваться как необходимый первый этап исследований особо сложных научных задач. Как показывает анализ научных публикаций, в последнее время существенно вырос процент «компьютерно угаданных», а потом строго математически доказанных теорем.

**С**воей дискретной компонентой математика сегодня создаёт условия для автоматизации и оптимизации учебного процесса по разным дисциплинам, включая и саму математику.

Работы в этом направлении, ведущиеся на мехмате МГУ, показали высокую эффективность строящихся там компьютерных интеллектуальных систем, связанных с обучением. Назову три блока работ такого рода: «распознающие системы», «думающие системы» и «обучающие системы».

Первый блок построен на новых идеях распознавания образов, использует тестовый подход и особые инварианты геометрических фигур. Он с высокой степенью достоверности умеет распознавать абстрактные и визуальные образы, включая печатные и письменные знаки, символы и буквы, то есть фактически читать текст.

Второй блок нацелен на извлечение семантического смысла из текстов и чертежей, на «понимание» поставленной задачи и решение её с показом хода рассуждений. Здесь по-новому имитируются логические рассуждения человека, с использованием его формализованного опыта. Иными словами — понимается смысл и решается задача.

Такая компьютерная интеллектуальная система построена и весьма успешно функционирует в математической среде. Она решает до 90% задач из доступных задачников по школьной математике, «поступает» на мехмат МГУ и даже «окончила» несколько курсов, «учась» на «хорошо» и «отлично» и за секунды справляясь с предлагаемыми ей задачами. Её возможности намного превосходят все известные системы в этой области.

Третий блок — «обучающие системы». В нём заложены модели учителя, типов учеников — «сильного», «хорошего», «среднего» и «слабого», и базы данных и знаний какой-либо предметной области, например, математики. Эта система решает задачу оптимальной дозировки подачи знаний для усвоения учеником, в зависимости от его уровня.

Разработанные методы синтеза описанных интеллектуальных систем были распространены на создание интеллектуальных систем, способных имитировать действия инженеров при создании процессоров для вычислительных систем.

---

**М**атематическое моделирование различных объектов и процессов и вычислительные эксперименты, заменяющие реальные натурные эксперименты, давно уже стали неотъемлемой частью современной науки. Сейчас на повестку дня выходят уже не просто вычисления, а супервычисления на мощных вычислительных системах с производительностью в сотни терафлопс, несколько петафлопс, а в скором времени и более.

В Московском университете создан мощнейший супервычислитель производительностью 414 терафлопс. У него есть имя – «Ломоносов». Он занимает 13-е место в мире. Впереди нас – только США, Германия и Китай. В ближайшем будущем мы доведём его производительность до 1 петафлопса.

Супервычисления основаны на массовом параллелизме вычислительных операций и зачастую требуют использования принципиально иных математических методов и алгоритмов, по сравнению с теми, которые казались оптимальными в случае обычных вычислений. Например, в последние 30-40 лет математики отдавали предпочтение неявным по времени разностным схемам решения систем дифференциальных уравнений. Теперь выясняется, что при использовании массового параллелизма операций зачастую оказываются предпочтительными явные по времени схемы вычислений.

Сейчас даже обычные домашние и школьные компьютеры используют многоядерные процессоры. Параллелизм вычислений и других операций становится обыденным явлением. Например, принцип параллелизма широко используется в видеокартах для компьютерных игр. Несомненно, пришло время включать начальные методики распараллеливания вычислений в школьные курсы математики и информатики.

**Р**асскажу ещё об одном новом направлении современной математики фракталах. Это – сравнительно молодая ветвь современного математического анализа, геометрии и топологии.

Фракталы – это такие области притяжения (или их границы), которые устроены достаточно сложно и выглядят весьма причудливо. Здесь возникает переход «от порядка к хаосу».

Очень важна и интересна структура границ между различными областями притяжения. Образно говоря, их притягивающие центры ведут борьбу за влияние на плоскости. Любая начальная точка либо под управляемым воздействием приходит к тому или иному притягивающему центру, либо же остаётся на границе и никак «не может принять определённое решение». Образно говоря, безуспешно пытается решить проблему «буриданова осла» - никак не может решить, в какую сторону начать движение.

---

Граница зоны притяжения является фракталом, если она сильно изломана, не является гладкой линией. Причём она изломана настолько сильно, что если её рассматривать под микроскопом, например, с десятикратным увеличением, она всё равно выглядит столь же изломанной. Усиливая разрешение микроскопа, например, доведя его до стократного (и более), мы обнаруживаем, что граница остаётся столь же изломанной, как и раньше. Кроме того, обнаруживается ещё один поразительный эффект самоподобия: каждый фрагмент границы, сколь угодно малый, подобен изначальной границе. Если рассматривать произвольно выбранный кусок границы под микроскопом, то выясняется что после соответствующего поворота картинки одна и та же форма появляется в различных местах, но имеет разные размеры (бесконечно уменьшающиеся).

Таким образом, множества, состоящие из «неопределившихся» точек-состояний (то есть тех, которые никак не могут решить, к какому центру влияния им примкнуть), могут быть устроены чрезвычайно сложно, «хаотически», хотя, в то же время, несут в себе хорошо организованную структуру «самоподобия».

В современном математическом анализе и геометрии разработаны методы изучения фракталов, включая компьютерные программы. Если известно (задано) то или иное управление («стимулирование») системы, то в принципе можно вычислить и даже нарисовать (на компьютере) области влияния различных центров притяжения и их границы. Эти методы могут оказаться полезными при изучении сложных современных моделей тех или иных экономических процессов.

Другая возможная область знаний, где естественно появляются фракталы, это моделирование биологических и социальных процессов.

В области социальных наук математическая теория фракталов пока, насколько нам известно, должного применения не получила, хотя может быть весьма полезной. Не случайно ею очень интересуются сейчас политологи и политики.

При помощи "границ"-фракталов можно описать настроения той части населения (электората), которая пока не определилась с выбором для себя того или иного центра притяжения (влияния).

Математическое описание и моделирование поведения этой части населения может представлять немалый интерес. На первый взгляд такие "неопределившиеся, колеблющиеся" группы устроены довольно хаотически. С другой стороны, если в них обнаружится фрактальная структура (внешне похожая на хаос), это будет означать, что здесь работает механизм самоподобия. Грубо говоря, выбранный наугад «кусок» фрактала воспроизводит фрактал в целом.

## Актуальные проблемы математического образования

**K**онечно, главная тема нашего съезда — актуальные проблемы математического образования. К этой теме я и перехожу сейчас в своём докладе. Чем вызвана особая актуальность этих проблем? Прежде всего тем, что школа — и высшая, и средняя — во всём мире сейчас переживает период глубоких и всесторонних преобразований. Затронули они и математику.

Главное, чем отличалось обучение математике в прошлом, вплоть до 70-х годов 20 века — это реализация принципа: иметь немного понятий, но уметь выявлять между ними как можно более глубокие связи. Это достигалось в основном за счёт решения большого числа задач возрастающей сложности.

К сожалению, последняя треть 20 века и начало 21 века ознаменованы инвертированием этого принципа: иметь много понятий и выявлять неглубокие связи между ними, что привело к тому, что можно назвать «рецептурным» обучением математике (да и другим дисциплинам), часто бездоказательным.

Надо сказать, что на этом пути мы, к счастью, значительно отстаем от наших зарубежных коллег.

Вот, например, что рассказывает наш соотечественник, уехавший несколько лет назад в Америку и работающий сейчас учителем в американской школе. Свои наблюдения он собрал в книгу «Классная Америка. Шокирующие будни американской школы. Записки учителя».

Американский учитель российского происхождения подчёркивает, что главное в подходе к школьному образованию в Америке заключается в том, что процесс обучения должен доставлять удовольствие, то есть быть увлекательным и непрерывным, а иначе он будет восприниматься как насилие над ребёнком.

Учебные программы американских средних школ по математике сильно отличаются от наших. Так, например, в восьмом классе ученики испытывают трудности с примерами типа:  $-5 + (-3) = ?$

Решая этот пример, они получают либо 2, либо -2, но только не -8.

Даже при наличии калькулятора многим школьникам не удается ответить на вопрос: сколько яблок можно купить на 8 долларов, если одно яблоко стоит 1 доллар 53 цента?

В американском образовании, как пишет этот учитель, мало значения придаётся методике обучения. Правда, иногда ученики должны со-

---

проводить каждое производимое ими математическое действие определёнными физическими движениями. Например, хлопать в ладоши и при делении, приседая, опускать вниз левую руку, а при умножении — правую.

А вот ещё один «методический приём». Каждый американский ученик с начальной школы знает поговорку *Please Excuse My Dear Aunt Sally*. Здесь зашифрован порядок выполнения математических операций. Первое слово начинается на ту же букву, что и *parentheses* — «скобки». Это значит: сначала делать то, что в скобках. Далее следует степень, потом умножение, деление, сложение и вычитание. Зазубрил поговорку — и никакой скучной логики. При этом не подчёркивается, что умножение и деление имеет ту же силу. Поэтому следующий пример:

$$6 : 3 \times 5 = ?$$

Вызывает затруднение. Школьники умножают 3 на 5, а потом разделят 6 на 15 и получат ответ 0,4.

Таких привычных нам задач, как «Из пункта А в пункт Б вышел поезд» в их учебной программе нет совсем.

Это, повторяю, свидетельства нашего коллеги и соотечественника, работающего в американской школе.

И ещё одна тема к вопросу о школьных программах и стандартах. На западе всё большее внимание в них уделяется финансовой грамотности.

При Еврокомиссии два года назад был создан экспертный совет для помощи с написанием школьного курса финансовой грамоты, которая уже внедрена или внедряется в ряде европейских стран. В соответствии с этими рекомендациями создаются стандарты финансовой грамотности — набор понятий, в которых должен разбираться любой ученик начальной школы. Предполагается, что дети должны уметь легко управляться с банковской картой, открывать-закрывать счета, грамотно их контролировать.

На уроке подробно анализируется, сколько юный вкладчик может положить на счёт и сколько имеет право потратить, чтобы не остаться с пустыми руками. Не каждый взрослый знает, что как минимум десятая часть заработанного должна откладываться, зато школьников этому учат.

Многие европейские школы откликнулись на новый предмет, и не только потому, что заботятся о финансовой грамотности своих учеников. На внедрение этого предмета от ЕС через национальные министерства образования выделяются неплохие деньги. Большинство проектов финансируют банки, заинтересованные в будущих клиентах, ведь новый предмет есть не что иное, как подготовка потенциальных вкладчиков.

---

На этом я хотел бы завершить краткий обзор некоторых последних веяний зарубежной системы образования. В мою задачу не входит их критика. Я исхожу из того, что всегда полезно знать об опыте других стран, даже если он не очень вписывается в наши представления.

Наши школьные стандарты пока не предполагают финансовой грамотности. Но ведь банковская глобальная сеть, по определению, стремится к распространению вширь, и нельзя исключать, что «деньговедение» как школьная дисциплина появится и у нас. Надеюсь всё же, что распорядители этой самой глобальной сети в своё время получили неплохое математическое образование (ведь без него и в банковском деле не бывает успехов) и поэтому понимают, что при отсутствии в обществе подлинной математической грамотности через какое-то время финансовая грамота может просто не понадобиться.

**М**атематическое образование — один из важнейших факторов, определяющих уровень экономического и общественно-политического развития страны. Неслучайно годы расцвета нашей математической школы стали годами космического приоритета нашей страны. Именно тогда была построена система математического образования, достижения которой признаны во всём мире.

И на сегодняшний день преподавание математики у нас пока ещё находится на очень высоком уровне. Пару лет назад мы в Московском университете провели анализ наших учебных планов и программ по математике, сравнив их с тем, что имеется в ведущих университетах мира. В этой работе участвовали выдающиеся учёные университета, многие из которых работали и работают в известных зарубежных университетах. Оказалось, что наши учебные планы — наиболее полные и содержат все учебные курсы, которые в разных наборах и не в такой полноте представлены в других университетах. Из всей совокупности учебных курсов, читаемых во всех университетах, в МГУ читается две трети, тогда как в каждом из сравниваемых университетов читается не более половины этих курсов.

Но, к сожалению, сохранение этих достижений требует больших усилий, поскольку такая система не очень вписывается в современные тенденции развития. И математическое образование переживает сейчас не лучшие времена, что объясняется, в том числе, и причинами глобального характера. И высшая, и средняя школа переживают сейчас непростой период реформирования.

Один из главных — и глобальных — факторов, влияющих на развитие системы образования, — прагматический подход, то есть сведение её к рынку образовательных услуг. Работодатели становятся активными игроками на образовательном пространстве, побуждая университеты «подстраивать» своё образование к конкретным потребностям рынка труда.

---

Понятно, что такой – сугубо рыночный – подход к образованию не может пойти на пользу ни государству, ни обществу, ни отдельно взятому человеку.

Прежде всего, это представляет угрозу фундаментальной науке и образованию, которые плохо вписываются в сегодняшние потребности рынка труда. Перенос рыночных механизмов в сферу науки и образования чреват стратегическими потерями, которые в перспективе могут оказаться более ощутимыми, чем сегодняшняя выгода.

Только фундаментально, широко образованный специалист может быстро и эффективно адаптироваться к работе в условиях быстрой смены технологий.

Нельзя забывать и о гуманитарном образовании. Нерентабельное с экономической точки зрения, оно необходимо для воспитания личности и устойчивого социального развития.

К сожалению, и математика, как фундаментальная дисциплина, становится всё менее востребованной, в отличие, например, от менеджмента или права. А это, безусловно, сказывается на её положении в школе и в вузах, где падает конкурс на математические факультеты. Это, в свою очередь, неизбежно приводит к падению престижа учителя математики, а, следовательно, понижению требовательности к их профессиональному мастерству. Отсутствует система постоянной переподготовки, повышения квалификации. Нет притока самых талантливых выпускников педагогических и математических вузов в школы. К этому необходимо добавить и неблагоприятный демографический фактор.

В итоге – падает интеллектуальный тонус, всегда считавшийся отличительной чертой нашей интелигенции, теряются важные качества среды, рождающей выдающихся деятелей своего времени – мыслителей, учёных, творцов.

(Замечу в скобках, что американский президент Барак Обама поставил задачу за два года подготовить 10 тысяч учителей по естественнонаучным предметам и математике).

Не в лучшую сторону меняется содержание математического образования. Так, совсем недавно появилась новая опасность: ориентация школьных курсов не на действительно глубокое, системное изучение предмета, а на подготовку к поступлению в вуз, на сдачу ЕГЭ. В результате школьные курсы становятся всё более примитивными, что часто объясняют борьбой с перегрузками школьников. В связи с этим уместно привести мнение выдающегося физиолога Н.Е.Введенского о том, что «Устают не от того, что много работают, а от того, что плохо работают, неумело. Если человек увлечён делом, то он и не устает, и не замечает времени».

---

И ещё по поводу пресловутой перегрузки. Среди предложений

---

Барака Обамы по реформе образования – увеличение продолжительности учебного года на месяц. Сейчас подростки в США проводят за учёбой порядка 180 дней в году, тогда как в Китае, например, до 260 дней, в Японии – 243, Южной Корее – 220, Нидерландах и Таиланде – 200, Англии и Венгрии – 192, Франции – 185 и так далее. В России школьный учебный год в среднем (учитывая, что есть пятидневки и шестидневки) такой же, как в Америке. Есть и нам над чем подумать.

**В** качестве одной из мер против перегрузки у нас сейчас рассматривается идея о всеобщей профилизации школ. Мне кажется, что это не тот путь, который решит наши проблемы. Во-первых, это нереализуемо в сельских школах (а их у нас около сорока тысяч), во-вторых, у нас пока нет ни соответствующей материальной базы, ни достаточного количества хорошо подготовленных для таких школ учителей.

Одной из центральных задач, которую необходимо решить для того, чтобы правильно выстраивать математическое образование, адекватное потребностям инновационной экономики и модернизации общества, является принципиальное разделение двух подходов (и соответствующее развитие каждого из них). Условно их называют «математика для всех» (некоторые специалисты считают, что это должно быть до 80-85% учащихся) и «математика для будущих исследователей» (15-20%). По другой терминологии, это – базисное, профильное и углублённое обучение. Названия различаются, но идея, лежащая в основе – одна и та же.

Статистические данные по московским школам подтверждают это соотношение.

О том, как готовить будущих математиков, в общем понятно. И ничего нового здесь изобретать не надо. Это – и кружки в младших классах, и олимпиады, турниры, конкурсы, факультативные курсы, летние школы, спецшколы, школы-интернаты типа Колмогоровский и т.д. Такие предложения были сделаны мною на совместном заседании президиумов Госсовета, Совета по культуре и искусству и Совета по науке, технологиям и образованию 22 апреля 2010 года и были поддержаны нашим Президентом.

Важный вопрос при этом – как работать с одарёнными детьми. Не у каждого учителя это получится, да и часы такой работы «весят» больше, чем при базисном, или массовом обучении. А подушевое финансирование такой дифференциации не предполагает.

Важнейшим элементом работы с одарёнными детьми являются предметные олимпиады школьников. Они зародились в 30-е годы

---

---

в Московском и Санкт-Петербургском университетах, и первыми стали математические олимпиады. Впоследствии олимпиады стали проводиться и по другим предметам. Сейчас школьные олимпиады стали неотъемлемой частью российской системы образования.

Московский университет несколько лет назад стал инициатором проведения олимпиад, победители которых получали различные льготы при поступлении на первый курс. Это, прежде всего, олимпиады «Ломоносов» и «Покори Воробьёвы горы».

Сейчас олимпиадному движению придан официальный статус, создан Всероссийский совет олимпиад школьников, который возглавляет Московский университет. Дело это относительно новое, ещё много проблем, но главное – олимпиады решают две важнейшие задачи. Они стимулируют талантливых ребят к углублённому изучению любимого предмета и творческой активности и в то же время помогают университетам привлекать и отбирать талантливую молодёжь.

**Б**олее сложной видится задача выстраивания общеобразовательного курса математики для массовой, или базисной школы. Здесь надо предельно жёстко определить минимальный необходимый уровень технической подготовки, но при этом добиваться владения основами математической культуры как важным средством развития мышления и ориентации в мире. Понятно, что при этом целью школы не может быть поступление в вуз; иначе разгрузка школьных курсов невозможна. Главное – научить мыслить, рассуждать, доказывать.

В качестве иллюстрации хочу привести пример одного задания из ЕГЭ:

*Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в B на 5 часов позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.*

**О**дна из центральных проблем сегодняшней школы – новые образовательные стандарты. В конце 2009 года Министерство образования и науки утвердило новый стандарт начального образования, сейчас обсуждается стандарт основного образования. Эти стандарты привлекают широкое внимание профессионального сообщества. Что нового в новых стандартах?

В стандарте начальной школы математика рассматривается вместе с информатикой, что нельзя не признать целесообразным. При этом

---

---

вводятся важные математические понятия, расширяющие традиционный курс начальной школы.

В стандарте усилены требования к умению рассуждать, логически мыслить, планировать решение задачи и свою деятельность в целом, находить и исправлять ошибки в своих рассуждениях.

Но – сравнение часов математики в учебных планах за последние 60 лет показывает, что мы потеряли 2 часа в неделю в течение первых четырёх лет обучения в школе. Ясно, что пробелы в элементарной математике у наших студентов – следствие этого сокращения часов.

Конечно, необходимо увеличить, а, вернее, вернуть сокращённые часы математики в начальную школу.

Проект стандарта по математике для основной школы ещё не утверждён, и он вызвал серьёзные вопросы. Общественная палата Российской Федерации провела общественную экспертизу проекта этого стандарта и признала, что проект нуждается в существенной доработке.

Совершенно справедливо опасение учителей, что за общим, неконкретным текстом стандарта, сдвигом акцентов из области содержания образования в другие области, как, например, «социальная деятельность обучающихся», может «потеряться» само содержание образования.

Что особенно важно – стандарт необходимо обсуждать вместе с примерами задач, которые должны быть неотъемлемой частью стандарта.

Главное – при всех модернизациях содержания образования (а они, конечно, необходимы) – нельзя потерять общий объём математической деятельности ученика, особенно в начальной школе.

Вопросы стандартов школьного математического образования обсуждаются и в Российской академии наук. Год назад Отделение математических наук заслушало на своём общем собрании вопрос о состоянии школьного математического образования и принял ряд решений. Они касаются, во-первых, сохранения объёма преподавания математики по классам, начиная с 5 часов на математику и информатику в начальной школе; во-вторых, расширения объёма элементарной математики, в частности, решения задач в педагогических вузах; в-третьих, необходимости радикальной перестройки единого экзамена, приближающей его к традиции российского математического образования, требованиям современной высшей школы и практики.

Кстати, с будущего года благодаря и нашим усилиям удалось добиться дифференцированного подхода к математике в рамках ЕГЭ, который будет иметь два уровня: основной (базовый) и профильный.

---

**K**лючевое звено школьного образования – учебник. В последние годы школа столкнулась с обилием учебников самого разного

качества, которые выпускают новоиспечённые издательства, специализирующиеся на книжный рынок и не заботящиеся о содержании издаваемых книг. Надо было срочно и адекватно реагировать на резкое снижение качества учебников. В результате — установлена процедура двойной экспертизы: в Академии наук и в Академии образования. Расскажу о работе комиссии Академии наук. Рецензентами в ней являются квалифицированные математики, обязательно с учёной степенью, не являющиеся авторами школьных учебников и не находящиеся с авторами в неформальных отношениях. Приветствуется опыт работы в школе.

На сегодняшний день результаты работы комиссии Академии наук, говорят о плачевном положении дел, что само по себе свидетельствует о крайней необходимости её деятельности. Дело в том, что число отклоняемых учебников при первичной экспертизе иногда превышает 90%.

Экспертиза проходит в два тура. Если ситуация катастрофическая, сразу принимается заключение о несоответствии текста научным представлениям. В этом случае авторы могут повторить попытку в следующем году. Если ошибок и других недостатков не очень много, учебник направляется на доработку. Обычно после доработки проходит около половины учебников.

Чтобы не быть голословным, приведу несколько примеров, которые могли бы стать хорошей разрядкой, если бы не наводили на весьма печальные мысли.

Ошибки авторов могут быть самые разные. Иногда сугубо математические. Например, такая задача. «Вы можете положить деньги в сбербанк либо под 18% годовых, либо под 16%. Вопрос: через какое время ваш вклад удвоится?» Оказывается, в первом случае — через 10 месяцев, а во втором — только через 11.

Некоторые ошибки, строго говоря, к математике не имеют отношения, но не менее досадны. Так, в одной задаче с зоологическим сюжетом утверждается, что бегемот весит 117 кг, хотя на самом деле его средний вес 3200 кг.

В разделе, озаглавленном «Беседа с физиком», рассказывается, как получается электрический ток. Батарейка так устроена, что на одном её электроде скапливаются положительные частицы, а на другом — отрицательные. Если электроды соединить проводом, то под действием закона Кулона частицы побегут навстречу друг другу: положительные с одной стороны, отрицательные — с другой. И вот пока они бегут и сталкиваются посередине, то ток идёт, а когда уже все столкнутся, то всё — батарейка разрядилась.

Некоторые вопросы, которые авторы задают ученикам, хочется переадресовать самим авторам. Например, в учебнике для 4-го класса автор, обсудив возможные решения одной задачи, спрашивает, есть

---

ли у задачи решение в два действия, и затем предлагает: «Если нет, найди его».

Хорошо, что созданы академические комиссии, призванные следить за тем, чтобы такие и им подобные учебники не попали к нашим школьникам. Кстати, так было и раньше, и к экспертизе привлекались выдающиеся математики. Например, строгим экспертом был Чебышёв, который, в качестве члена Учёного комитета, проанализировал более двухсот учебных пособий по элементарной математике и только 11 из них он посчитал возможным рекомендовать в качестве руководств по математике для начальных и средних школ.

И, конечно, дело не только в комиссиях и экспертах. Необходим и определённый настрой в профессиональном сообществе, своего рода этические профессиональные императивы, которые не позволят авторам предлагать к опубликованию не отвечающие необходимым требованиям учебники и учебные пособия.

Было бы, наверное, правильно предусмотреть и другие этапы работы над учебниками, предлагаемыми к изданию; например, обсуждение с учительской или вузовской общественностью.

Учебник должен быть продуктом многолетнего преподавательского опыта. Это – тот вид литературы, который по определению должен быть классическим, где необходимость и степень новаторства должны быть выверены самым тщательным образом. Все мы знаем такие учебники, содержательная и методическая ценность которых сохраняется десятилетиями, например, учебник Киселёва.

В традициях Московского университета – тесное взаимодействие со школой и в этом вопросе. У нас издаётся целая серия, или, как сейчас говорят, линейка учебников, подготовленных ведущими университетскими учёными, академиками, профессорами. На них, как своеобразный знак качества, наш логотип с названием программы «МГУ – школе».

**В** Национальной образовательной инициативе «Наша новая школа» говорится, что модернизация и инновационное развитие – единственный путь, который позволит России стать конкурентоспособным обществом в XXI веке, обеспечить достойную жизнь всем гражданам нашей страны.

Образование – ключевое звено в этом процессе. И школа – его первая и во многом определяющая ступень. И главное действующее лицо здесь учитель.

В своё время Д.И. Менделеев, выдающийся российский учёный и педагог писал: «Так как вся польза для страны от распространения

---

желаемого среднего образования определяется учителем, то в заботах о подъёме нашего среднего образования начинать нужно отнюдь не с программ, а с подготовки надлежащих учительских кадров».

У нас в Московском университете, в рамках утверждённой недавно Председателем Правительства РФ В.В. Путиным Программы развития до 2020 года, разработана целая серия мероприятий, объединённых общим девизом «МГУ – школе». Это и подготовка высококвалифицированных учителей на факультете педагогического образования МГУ, и курсы повышения квалификации, специально разработанные нашими факультетами для учителей средних школ, в том числе, конечно, учителей математики, и летние школы, которые уже с большим успехом прошли первый раз, и работа над школьными учебниками. Запланированы и съезды учителей-предметников по различным дисциплинам, как уже было сказано.

Съезд учителей математики – первый в этом ряду. Судя по проявленному интересу, по насыщенной программе, у нашего профессионального сообщества есть потребность в таких встречах. Поэтому было бы правильным проводить такие съезды регулярно. А в перерыве между ними необходимую работу по развитию математического образования у нас в стране, по координации усилий школьных и вузовских математиков, могла бы вести созданная нами общественная организация – Союз преподавателей математики, который объединил бы всю нашу корпорацию, её школьное и вузовское крыло. Предлагаю принять решение о создании такого союза.

Среди всех школьных дисциплин математика занимает особое место. Её не случайно называют гимнастикой ума. Математика учит думать, учит правильно, логически последовательно рассуждать. А это значит – не только решать примеры и доказывать теоремы, но и, в более широком смысле, правильно ставить задачи и принимать верные решения, просчитывая их близкие и отдалённые последствия.

Настоящее, хорошее математическое образование ценно ещё и тем, что оно сопряжено с воспитанием личности, с развитием в человеке таких важных свойств, как целеустремлённость, интеллектуальная честность, воля, стремление к творчеству и эстетическому совершенству.

В условиях информационного общества, в условиях экономики, основанной на знаниях, роль математики неизмеримо возрастает. Соответственно увеличивается ответственность учителя, на плечи которого возлагается непростая задача. Университет осознаёт и разделяет эту ответственность со школой. И задача нашего съезда – продвинуться в понимании того, как нам вместе успешно решать наши профессиональные задачи, адекватно отвечая на вызовы времени, на современные

---

потребности государства и общества. Как обнаружить и пробудить талант, дать ему раскрыться в полную меру, как готовить умных и знающих, творческих и целеустремлённых, любознательных и трудолюбивых.

Мы знаем, что это нелегко. Как говорил Лев Толстой, «*чем легче учителю учить, тем труднее ученикам учиться*». Настоящий учитель математики не боится трудностей. Он не ищет лёгких путей. Он ищет пути правильные — ведущие к поставленной цели. А когда вместе собралось столько квалифицированных и заинтересованных профессионалов — они обязательно найдут эти правильные пути.

Я желаю нашему съезду плодотворной работы, а всем учителям математики — и тем, кто приехал на съезд, и тем, кто сейчас, в своих школах, объясняет новый материал у доски или проводит контрольную работу — каждому учителю я хочу пожелать талантливых учеников и новых педагогических достижений.

